Analisis Regresi Multilevel Melalui SPSS

Wahyu Widhiarso
Fakultas Psikologi Universitas Gadjah Mada
wahyu_psy@ugm.ac.id | 2012

1 Ayo Praktek !!

Kali ini kita akan praktek dengan menggunakan program SPSS. Menu analisis yang kita pakai adalah Mixed Models.

2 Prinsip Analisis di SPSS

Di SPSS menu analisis ada empat bagian, yaitu *fixed effect*, *random effect*, *Residual* dan *Covarians Structure*. Dari keempat itu dua bagian yang kita tekankan yaitu *fixed effect* dan *random effect.*

1. *Fixed effect* menjelaskan parameter yang dibuat menetap alias disamakan untuk setiap kelompok.
2. *Random effect* menjelaskan parameter dibuat bervariasi pada tiap kelompok.
3. *Residual* adalah eror atau residu yang selalu ada dalam setiap model
4. *Covarians Structure* menunjukkan hubungan antar intersep di dalam model.

Misalnya sekarang kita sedang menganalisis regresi dengan variabel dependen kita adalah Prestasi Belajar Siswa (Y) dan variabel independen kita adalah Motivasi Belajar (X). Level lebih tinggi yang kita libatkan adalah Kepemimpinan Guru (W). Berikut ini beberapa alternatif model yang bisa kita terapkan.

Model Tanpa Prediktor

$$\text{Level 1}: Y_{ij} = \beta_{0j} + e_{ij}$$
$$\text{Level 2}: \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{ij}$$
$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{ij} + e_{ij}$$

Model Dimension[b]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters
Fixed Effects	Intercept	1		1
Random Effects	Intercept[a]	1	Variance Components	1
Residual				1
Total		2		3

Model Intersep Acak

$$\text{Level 1}: Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_0(Mot)_{ij} + e_{ij}$$
$$\text{Level 2}: \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{ij}$$
$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{ij} + \gamma_{01}(Mot)_{ij} + e_{ij}$$

Model Dimension[b]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters
Fixed Effects	Intercept	1		1
	motivasi	1		1
Random Effects	Intercept	1	Variance Components	1
Residual				1
Total		3		4

b. Dependent Variable: prestasi.

Model Slope Acak

$$\text{Level 1}: Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{0j}(Mot)_{ij} + e_{ij}$$
$$\text{Level 2}: \beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$
$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(Mot)_{ij} + u_{1j}(Mot)_{ij} + e_{ij}$$

Model Dimension[b]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters	Subject Variables
Fixed Effects	Intercept	1		1	
Random Effects	Intercept + motivasi	2	Variance Components	2	id_kelas
Residual				1	
Total		3		4	

b. Dependent Variable: prestasi.

Model Intersep & Slope Acak

$$\text{Level 1}: Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{0j}(Mot)_{ij} + e_{ij}$$
$$\text{Level 2}: \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{ij}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$
$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{ij} + \gamma_{01}(Mot)_{ij} + u_{1j}(Mot)_{ij} + e_{ij}$$

Model Dimension[b]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters	Subject Variables
Fixed Effects	Intercept	1		1	
	motivasi	1		1	
Random Effects	Intercept + motivasi	2	Variance Components	2	id_kelas
Residual				1	
Total		4		5	

b. Dependent Variable: prestasi.

2.1 Topik dan Data

Sebuah perusahaan memiliki beberapa outlet yang tersebar di berbagai lokasi pasar. Mereka hendak meneliti peranan promosi yang dilakukan toko terhadap angka penjualan. Data bisa dilihat di Tabel XX dan Gambar 7.

Data bisa diunduh di sini

http://elisa1.ugm.ac.id/files/wahyu_psy/aF2fc3Rt/Promosi-Penjualan%20(Multilevel).sav

Tabel 1 Data Multilevel

Variabel	Unit Variabel	Bentuk Data
Id_pasar	Pasar	Nominal (kode)
Id_lokasi	Toko	Nominal (kode)
Ukuran Pasar	Pasar	Rasio
Usia_toko	Toko	Rasio
Promosi	Toko	Interval
Penjualan	Toko	Rasio

	id_pasar	id_lokasi	ukuran_pasar	usia_toko	promosi	penjualan
1	1	1	3	7	3	267.80
2	1	2	3	11	2	248.84
3	1	3	3	1	2	247.89
4	1	4	3	6	2	251.21
5	1	5	3	10	1	276.48

Gambar 1 Data Multilevel

3 Mulai Menganalisis

A. Model Nihil (Model 0)

Tujuan. Pada model ini kita hanya memprediksi Y berdasarkan kelompok, jadi tidak ada variabel prediktor yang dilibatkan. Kita akan melihat apakah nilai penjualan cukup dapat dijelaskan oleh lokasi pasar ataukah tidak. Kita akan melihatnya melalui korelasi intra kelas (ICC), jika nilai ICC yang dihasilkan cukup tinggi, maka kita bisa melanjutkan ke model-model berikutnya.

Seperti pada persamaan di bawah ini, hanya ada tiga parameter yang dilibatkan.

$$\text{Level 1} : Penjualan = \beta_0(pasar) + e_{ij}$$
$$\text{Level 2} : \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_i(pasar)$$
$$Penjualan = \gamma_{00} + u_i(pasar) + e_{ij}$$

Prosedur. Pada model ini, kita hanya menganalisis perbedaan angka penjualan ditinjau dari pasar. Analisis ini sama dengan ANOVA.

1. Klik ANALYZE > LINEAR MIXED MODEL
2. Masukkan kode sekolah (school) pada SUBJECTS. Klik Continue
3. Masukkan Y (penjualan) pada DEPENDENT VARIABLE.
4. Klik RANDOM. Masukkan id_pasar pada COMBINATIONS. Klik INCLUDE INTERCEPTS. Klik Continue.
5. Klik STATISTICS. Centang PARAMETER ESTIMATES, TEST FOR COVARIANCE PARAMETER dan COVARIANCE PARAMETER ESTIMATES.
6. OK

Atau jika dianalisis dengan menggunakan syntax, berikut ini kodenya:

```
MIXED penjualan
  /FIXED=| SSTYPE(3)
  /METHOD=REML
  /PRINT=COVB  SOLUTION TESTCOV
  /RANDOM=INTERCEPT | SUBJECT(id_pasar) COVTYPE(VC).
```

Hasil. Dari persamaan ini ada tiga parameter yang kita estimasi. Tidak ada prediktor X yang dilibatkan di dalam model.

$$Penjualan = \gamma_{00} + \mu_0(pasar) + e_{ij}$$

Dari hasil di atas didapatkan persamaan regresi sebagai berikut. koefisien eror (e) bisa kita hilangkan karena memiliki rerata 0. Nilai u_{oj} yang nilainya adalah

8.553 merupakan varians, sehingga perlu kita akar pangkat 2 untuk menjadi deviasi standar ($\sqrt{8.553}$=2.924). Setelah itu semua informasi kita masukkan ke dalam persamaan.

$$Penjualan = 204.123 + 27.374(pasar)$$

Koefisien u_{ij} merupakan deviasi standar dari distribusi normal dengan rerata 0. Oleh karena itu kita perlu menjabarkannya lebih lanjut jika hendak memprediksi nilai kemampuan matematika siswa di tiap sekolah.

Dengan menggunakan distribusi normal, maka sekolah yang berada di bawah rerata (2.5 persen posisi bawah) sama dengan berada pada posisi -2 SD pada posisi kurva normal, akan memiliki nilai matematika sebesar :

$$Penjualan = 204.123 + 27.374(-2) = 149.374$$

Sekolah yang di posisi atas (2.5 persen di posisi atas) akan memiliki nilai matematika sebesar :

$$Penjualan = 204.123 + 27.374(2) = 258.871$$

Nilai kecocokan model dan data (Bagian 3) akan kita lihat nanti setelah model-model yang akan kita analisis dilakukan semuanya.

Korelasi intrakelas yang dihasilkan oleh model ini adalah 0.321. Nilai ini cukup besar (>0.05), yang menunjukkan bahwa pasar berperan terhadap tingginya nilai penjualan. Nilai korelasi ini didapatkan dari Bagian 4 output analisis.

$$355.643 \,/\, \big(355.643 + 749.357\big) = 0.321$$

Bagian 1 – Jumlah parameter yang diestimasi

Model Dimension[b]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters	Subject Variables
Fixed Effects	Intercept	1		1	
Random Effects	Intercept	1	Variance Components	1	id_pasar
Residual				1	
Total		2		3	

b. Dependent Variable: Penjualan.

Bagian 2 – Nilai Kecocokan Model dengan Data

Information Criteria[a]

-2 Restricted Log Likelihood	1183.336
Akaike's Information Criterion (AIC)	1187.336
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	1187.429
Bozdogan's Criterion (CAIC)	1195.102
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	1193.102

The information criteria are displayed in smaller-is-better forms.

a. Dependent Variable: Penjualan.

Bagian 3 – Parameter γ_{00}

Estimates of Fixed Effects[a]

						95% Confidence Interval	
Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Intercept	204.1230	8.885717	9.435	22.972	.000	184.162577	224.083384

a. Dependent Variable: Penjualan.

Bagian 4 – Parameter ε_{ij} dan u_{ij}

Estimates of Covariance Parameters[a]

						95% Confidence Interval	
Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
Residual		355.6434	45.269017	7.856	.000	277.119655	456.417437
Intercept [subject	Variance	749.3579	363.0309	2.064	.039	289.947649	1936.685004

a. Dependent Variable: Penjualan.

Gambar 2 Hasil Analisis Model 0

A. Model Intersep Acak (Model 1)

Pada model ini, intersep dibiarkan acak (*random*) sedangkan slope dibuat tetap (*fixed*). Dengan menggunakan satu prediktor, maka ada 4 parameter yang diestimasi. Kali ini variabel yang kita libatkan sebagai prediktor adalah

$$\text{Level 1} : Y_{\text{ij}} = \beta_{0j} + \beta_0(Mot)_{ij} + e_{\text{ij}}$$
$$\text{Level 2} : \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{\text{ij}}$$
$$Y_{\text{ij}} = \gamma_{00} + u_{\text{ij}} + \gamma_{01}(Mot)_{ij} + e_{\text{ij}}$$

Prosedur. Pada model ini, kita hanya menganalisis perbedaan angka penjualan ditinjau dari pasar. Analisis ini sama dengan ANOVA.

7. Klik ANALYZE > LINEAR MIXED MODEL
8. Masukkan kode sekolah (school) pada SUBJECTS. Klik Continue
9. Masukkan Y (penjualan) pada DEPENDENT VARIABLE.
10. Klik RANDOM. Masukkan id_pasar pada COMBINATIONS. Klik INCLUDE INTERCEPTS. Klik Continue.
11. Klik STATISTICS. Centang PARAMETER ESTIMATES, TEST FOR COVARIANCE PARAMETER dan COVARIANCE PARAMETER ESTIMATES.
12. OK

Atau jika dianalisis dengan menggunakan syntax, berikut ini kodenya:

```
MIXED penjualan
  /FIXED=| SSTYPE(3)
  /METHOD=REML
  /PRINT=COVB  SOLUTION TESTCOV
  /RANDOM=INTERCEPT | SUBJECT(id_pasar) COVTYPE(VC).
```

Hasil. Dari persamaan ini ada tiga parameter yang kita estimasi. Tidak ada X yang dilibatkan di dalam model.

$$Matematika = \gamma_{00} + \mu_0(sekolah) + e_{\mathrm{ij}}$$

Dari hasil di atas didapatkan persamaan regresi sebagai berikut. koefisien eror (e) bisa kita hilangkan karena memiliki rerata 0. Nilai u_{oj} yang nilainya adalah 8.553 merupakan varians, sehingga perlu kita akar pangkat 2 untuk menjadi deviasi standar ($\sqrt{8.553}$=2.924). Setelah itu semua informasi kita masukkan ke dalam persamaan.

$$Matematika = 12.637 + 2.294(sekolah)$$

Koefisien u_{ij} merupakan deviasi standar dari distribusi normal dengan rerata 0. Oleh karena itu kita perlu menjabarkannya lebih lanjut jika hendak memprediksi nilai kemampuan matematika siswa di tiap sekolah.

Dengan menggunakan distribusi normal, maka sekolah yang berada di bawah rerata (2.5 persen posisi bawah) sama dengan berada pada posisi -2 SD pada posisi kurva normal, akan memiliki nilai matematika sebesar :

$$Matematika = 12.637 + 2.294(-2) = 8.139$$

Sekolah yang di posisi atas (2.5 persen di posisi atas) akan memiliki nilai matematika sebesar :

13. Klik ANALYZE > LINEAR MIXED MODEL
14. Masukkan kode sekolah (school) pada SUBJECTS. Klik Continue
15. Masukkan Y (penjualan) pada DEPENDENT VARIABLE, dan X (promosi) pada COVARIATS. Jika variabel X kita berbentuk kategorikal, masukkan pada FACTOR(S).
16. Klik RANDOM. Masukkan id_pasar pada COMBINATIONS. Klik INCLUDE INTERCEPTS. Klik Continue.
17. Klik STATISTICS. Centang PARAMETER ESTIMATES, TEST FOR COVARIANCE PARAMETER dan COVARIANCE PARAMETER ESTIMATES.
18. OK

Level 1 (berlaku untuk individu i pada sekolah j) $Y_{ij} = \beta_0 + \beta_{1j}X_{ij} + e_{ij}$

Level 2 (berlaku untuk sekolah j) $\beta_{1j} = \gamma_{10} + \mu_{1j}$

3.1 Prinsip Analisis di SPSS

$$Y = 40.61 - 2 \times 3.08 + 2.488\,\mathrm{IQ} = 34.45 + 2.488\,\mathrm{IQ}\ ,$$

whereas a school with a typical high achievement (top 2.5 percent) will have a regression line

$$Y = 40.61 + 2 \times 3.08 + 2.488\,\mathrm{IQ} = 46.77 + 2.488\,\mathrm{IQ}\ .$$

Table 4.2 Estimates for random intercept model with effect for IQ.

Fixed Effect	Coefficient	S.E.
γ_{00} = Intercept	40.61	0.31
γ_{10} = Coefficient of IQ	2.488	0.070
Random Effect	**Variance Component**	**S.E.**
Level-two variance:		
$\tau_0^2 = \mathrm{var}(U_{0j})$	9.50	1.52
Level-one variance:		
$\sigma^2 = \mathrm{var}(R_{ij})$	42.23	1.29
Deviance	15251.8	

Mengulas Analisis Multilevel

$MATHACH_{ij}=\beta_{0j}+r_{ij}$
$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$
$MATHACH_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij}$

---------- Syntax ----------

```
proc mixed data = in.hsb12 covtest noclprint;
   class school;
   model mathach = / solution;
   random intercept / subject = school;
run;
```

---------- Hasil ----------

Covariance Parameter Estimates

Cov Parm	Subject	Estimate	Standard Error	Z Value	Pr Z
Intercept	SCHOOL	8.6097	1.0778	7.99	<.0001
Residual		39.1487	0.6607	59.26	<.0001

Fit Statistics

-2 Res Log Likelihood	47116.8
AIC (smaller is better)	47120.8
AICC (smaller is better)	47120.8
BIC (smaller is better)	47126.9

Solution for Fixed Effects

Effect	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|
Intercept	12.6370	0.2443	159	51.72	<.0001

3.2 Syntax

```
mixed penjualan
  /print = solution testcov
  /fixed =
  /random = intercept  | subject(id_toko).
```

3.3 Model

$(\text{Penjualan})_{ij}=\beta_{0j}+r_{ij}$ dan $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$, maka

$(\text{Penjualan})_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij}$

Model Dimension[a]

		Number of Levels	Covariance Structure	Number of Parameters	Subject Variables
Fixed Effects	Intercept	1		1	
Random Effects	Intercept	1	Variance Components	1	id_toko
Residual				1	
Total		2		3	

a. Dependent Variable: Penjualan.

3.4 Hasil

Estimates of Fixed Effects[a]

Parameter	Estimate	Std. Error	df	t	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Intercept	204.122981	8.885717	9.435	22.972	.000	184.162577	224.083384

a. Dependent Variable: Penjualan.

Estimates of Covariance Parameters[a]

Parameter		Estimate	Std. Error	Wald Z	Sig.	95% Confidence Interv	
						Lower Bound	Upper B
Residual		355.643421	45.269017	7.856	.000	277.119655	456.41
Intercept [subject = id_toko]	Variance	749.357901	363.030935	2.064	.039	289.947649	1936.68

a. Dependent Variable: Penjualan.

$$(\text{Penjualan})_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \text{ dan } \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}\text{ , maka}$$

$$(\text{Penjualan})_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij} = 204.123 + 749.358(\text{pasar}) + 344.643$$

4 Korelasi Intrakelas

Melalui model ini kita bisa mengukur ketergantungan di dalam tiap unit pada level-2 melalui korelasi intrakelas (ICC). Korelasi ini menjelaskan proporsi varians yang bersifat umum pada tiap unit sebagai oposisi variasi yang terkait dengan individu di dalam unitnya masing-masing. ICC dapat dihitung melalui rumus berikut ini.

$$\rho=\sigma_B^2/(\sigma_B^2+\sigma_W^2)$$

σ_B^2 adalah varians between group sedangkan σ_W^2 adalah varians within groups.